CAPITOLO 1
LE AREE

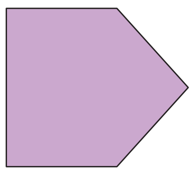
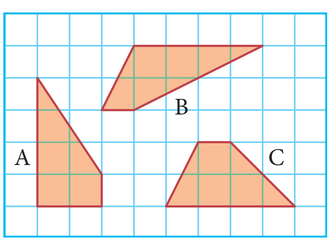
1

IDEE PER LEZIONI DIGITALI

		MATERIALI MULTIMEDIALI	
	Pre-lezione	• **CIAK, SI IMPARA!** Superfici da dipingere	
1.	**Perimetri e misure di superficie**	• **ANIMAZIONE** Perimetri e misure di superficie • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
2.	**Il principio di equiscomponibilità**	• **ANIMAZIONE** Il principio di equiscomponibilità • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
3.	**Area dei rettangoli**	• **ANIMAZIONE** Area dei rettangoli • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
4.	**Area dei quadrati**	• **ANIMAZIONE** Area dei quadrati • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
5.	**Area dei parallelogrammi**	• **ANIMAZIONE** Area dei parallelogrammi • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
6.	**Area dei quadrilateri con diagonali perpendicolari**	• **ANIMAZIONE** Area dei quadrilateri con diagonali perpendicolari • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
7.	**Area dei triangoli**	• **ANIMAZIONE** Area dei triangoli • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
8.	**Area dei trapezi**	• **ANIMAZIONE** Area dei trapezi • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
	Esercizi di fine capitolo	• altri esercizi su ZTE	

CON UN AMICO

Per ogni domanda ci può essere più di una risposta esatta. Puoi confrontarti con i tuoi compagni.

	Domanda	Risposta A	Risposta B	Risposta C	Risposta D
1	Tappezzano il piano	i triangoli equilateri	tutti i triangoli	i quadrati	gli esagoni regolari
2	I pentagoni regolari non tappezzano il piano perché	l'angolo interno non è un sottomultiplo intero di 360°	hanno più di tre lati	l'angolo interno misura più di 90°	sommando tre o più angoli interni non si ottiene un angolo giro
3	Un deltoide si può scomporre in	due triangoli congruenti	due triangoli non congruenti	quattro triangoli rettangoli	un triangolo e un rettangolo
4	Questa figura si può scomporre in 	tre triangoli equilateri	due triangoli e un rettangolo	un triangolo e due rettangoli	due trapezi rettangoli
5	Per calcolare l'area di un triangolo si può moltiplicare	metà base per l'altezza	metà base per metà altezza	la base per metà dell'altezza	la base per l'altezza e dividere il prodotto per 2
6	L'area di un triangolo rettangolo isoscele	è uguale a metà dell'area del quadrato che ha il lato come il cateto	è uguale a un quarto dell'area del quadrato che ha il lato come l'ipotenusa	è uguale al quadrato dell'ipotenusa diviso 2	si calcola moltiplicando la base per l'altezza e dividendo il prodotto per 2
7	Per calcolare l'area di un quadrato si può moltiplicare	la diagonale per metà diagonale	la diagonale per se stessa	il lato per se stesso	la diagonale per se stessa e poi dividere per 2
8	L'area del rombo si calcola moltiplicando	la base per l'altezza relativa e dividendo il prodotto per 2	fra loro le diagonali e dividendo il prodotto per 2	la base per l'altezza relativa	il lato per se stesso
9	Nel trapezio rettangolo l'area si calcola moltiplicando	fra loro le diagonali	le basi fra loro	la somma della basi per l'altezza e dividendo il prodotto per 2	la somma della basi per l'altezza
10	Quali trapezi sono equivalenti? 	nessuno	solo A e C	solo B e C	A, B e C

ESERCIZI IN PIÙ

1 Perimetri e misure di superficie

1 ●○○ Spiega con le tue parole la differenza tra perimetro e superficie di una figura.

2 ●●○ Spiega con le tue parole cosa significa dire che due poligoni hanno area uguale.

3 ●●○ Disegna cinque figure diverse con il perimetro lungo 16 lati di quadretto.

> L'area è la stessa per ogni figura? Ce n'è una con l'area massima?

4 ●●○ Disegna cinque figure diverse con l'area di 16 quadretti.

> Hanno tutte lo stesso perimetro? Quale figura ha il perimetro minore?

2 Il principio di equiscomponibilità

5 ●●○ Scrivi il significato delle seguenti frasi.

a) Due figure sono congruenti.
b) Due figure hanno uguale perimetro.
c) Due figure hanno uguale area.

3 Area dei rettangoli

6 ●○○ Le dimensioni di un rettangolo misurano 5 cm e 4 cm.

> Calcola l'area del rettangolo. [20 cm^2]

7 ●○○ La base di un rettangolo è lunga 18 cm, l'altezza misura 23 cm.

> Calcola l'area del rettangolo.

8 ●○○ Calcola l'area di un rettangolo la cui base misura 13,3 cm e l'altezza 9,7 cm. [129,01 cm^2]

9 ●○○ In un rettangolo le dimensioni misurano 6,5 km e 5,5 km.

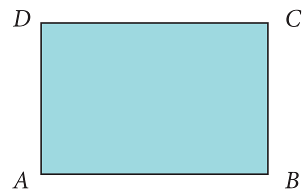
> Calcola l'area. [35,75 km^2]

10 ●○○ Completa la tabella relativa a un insieme di rettangoli.

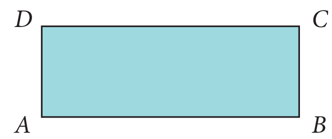
base	6 cm	15 m	0,75 m	24 m	
altezza	9 cm	18 m	12 cm		5 cm
area	54 cm^2			18,72 m^2	38 cm^2

In ciascun esercizio osserva la figura, utilizza i dati per scrivere il testo del problema e risolvilo.

11 ●○○
$A_{ABCD} = 6{,}09 \text{ m}^2$
$\overline{BC} = 2{,}1 \text{ m}$
$\overline{AB} = ?$
$p_{(ABCD)} = ?$ [2,9 m; 10 m]



12 ●○○
$A_{ABCD} = 7{,}68 \text{ cm}^2$
$\overline{BC} = 1{,}6 \text{ cm}$
$\overline{AB} = ?$
$p_{(ABCD)} = ?$



13 ●●○ Scrivi le dimensioni di almeno due rettangoli che abbiano l'area di 9 km^2.

14 ●●○ Un rettangolo di 10 km^2 di area ha l'altezza che misura 2500 m.

> Calcola la lunghezza della base. [4 km]

15 ●●○ Devi riverniciare il parquet del salotto che è lungo 6,5 m e largo 4,8 m.
Dall'etichetta del barattolo (esistono soltanto confezioni da un chilogrammo) sai che servono 200 g di vernice per ogni metro quadrato.

> Di quanti barattoli hai bisogno? [7 barattoli]

16 ●●○ In un rettangolo la somma delle dimensioni misura 8,3 cm e la differenza 1,3 cm.

> Calcola la lunghezza del perimetro e l'area. [16,6 cm; 16,80 cm^2]

17 ●●● In un rettangolo la base è $\frac{7}{4}$ dell'altezza e la supera di 9 cm.

> Calcola l'area. [252 cm^2]

4 Area dei quadrati

18 ●○○ Un quadrato ha il lato lungo 13 m.

> Quanto misura la sua area? [169 m^2]

ESERCIZI

19 ●○○ Un quadrato ha il lato di 35 m.
> Calcola l'area.

20 ●○○ Quanti quadratini di lato 1 cm sono necessari per ricoprire le seguenti figure?
a) un quadrato di lato 4 cm;
b) un quadrato di lato 9 cm;
c) un quadrato di lato 25 cm.

21 ●○○ L'area di un quadrato con il lato di
a) 7 cm è ....
b) 15 cm è ....
c) 1 km e 300 m è ....
d) 2 m e mezzo è ....

22 Fra i rettangoli di uguale perimetro, qual è quello di area massima?

Completa le tabelle relative a un insieme di quadrati.

23 ●●○

lato	perimetro	area
8 cm	32 cm	64 cm^2
	15 cm	
		225 m^2
		10 000 m^2
	1 dm	

24 ●●○

diagonale	area
6 cm	
24 cm	
25 cm	
1 m	
1,2 dm	

25 ●○○ Il perimetro di un quadrato misura 28 cm.
> Calcola l'area. [49 cm^2]

26 ●○○ In un quadrato il perimetro è di 50,4 cm.
> Calcola l'area.

27 ●○○ Il perimetro di un quadrato misura 25 cm.
> Calcola l'area. [39,0625 cm^2]

28 ●○○ L'area di un quadrato è di 121 dm^2.
> Calcola la lunghezza del perimetro. [44 dm]

29 ●○○ L'area di un quadrato è di 1,44 m^2.
> Calcola la lunghezza del perimetro.

30 ●●○ **a)** Il perimetro di un quadrato misura 48 cm.
> Qual è la sua area? [144 cm^2]

b) L'area di un quadrato è di 10,24 dm^2.
> Quanto è lungo il perimetro? [12,8 dm]

31 ●●● Devi suddividere un rettangolo, i cui lati misurano 75 m e 105 m, in tanti quadrati tutti uguali in modo che abbiano area *il più grande possibile*.
> Qual è l'area di ogni quadrato e quanti quadrati ci sono?

5 Area dei parallelogrammi

32 ●○○ In un parallelogramma la base è di 54 cm e l'altezza di 28 cm.
> Calcola l'area. [1512 cm^2]

33 ●○○ Determina l'area di un parallelogramma che ha la base di 12 cm e l'altezza di 7 cm.

34 ●○○ La base di un parallelogramma è di 23,7 cm e l'altezza di 18,2 cm.
> Calcola l'area. [431,34 cm^2]

35 ●●○ Completa la tabella relativa a un insieme di parallelogrammi. (Attenzione! L'area è in decimetri quadrati).

base	23 cm	0,12 m		0,5 m	71 cm	21 cm	
altezza	14 cm	0,5 m	45 cm		0,85 m		5,2 m
area in dm^2	3,22		18	27		2,73	1248

36 ●○○ Sei capace di determinare l'area di un parallelogramma, se conosci la lunghezza dei suoi lati?

37 ●●○ In un parallelogramma la base è $\frac{5}{2}$ dell'altezza a essa relativa che misura 10 cm.
> Calcola l'area del parallelogramma.

6 Area dei quadrilateri con diagonali perpendicolari

38 ●○○ In un quadrilatero le diagonali sono perpendicolari e misurano una 23 cm e l'altra 26 cm.
> Calcola l'area. [299 cm²]

39 ●○○ Le diagonali di un deltoide misurano rispettivamente 18 cm e 15 cm.
> Calcola la sua area.

40 ●●○ Completa la tabella relativa a un insieme di quadrilateri con diagonali perpendicolari.

misura della diagonale 1	23 cm	1,6 m		35 cm	
misura della diagonale 2	18 cm	52 dm	45 cm	35 cm	6,8 dm
area	207 cm²		1890 cm²		32,3 dm²

41 ●○○ In un rombo il lato misura 22 cm.
> Se ti diciamo che l'altezza è metà del lato, sei in grado di calcolarne l'area?

42 ●○○ In un rombo le diagonali sono l'una il doppio dell'altra e la loro differenza è 5 cm.
> Determina l'area del rombo. [25 cm²]

43 ●●○ L'area di un quadrato misura 32 cm².
> Calcola la lunghezza del lato e della diagonale. (Arrotonda, se necessario, ai centesimi.)

44 ●●○ Calcola l'area di un quadrato la cui diagonale misura 1,4 cm. [0,98 cm²]

7 Area dei triangoli

45 ●●○ Calcola l'area di un triangolo la cui base misura 24 cm e l'altezza 15 cm. [180 cm²]

46 ●○○ Calcola l'area di un triangolo che ha la base di 59 cm e l'altezza di 27 cm.

47 ●○○ In un triangolo la base misura 42 m e l'altezza misura 18 m.
> Determina la sua area. [378 m²]

48 ●○○ Calcola la misura della base di un triangolo che ha l'area di 33,82 cm² e l'altezza di 7,6 cm. [8,9 cm]

49 ●●○ Completa la tabella relativa a un insieme di triangoli.

base	17 cm		3 m	3,2 dm		
altezza	18 cm	4 dm		9 cm	10 cm	
area	153 cm²	4 dm²	0,3 m²		100 cm²	327 cm²

Hai qualche osservazione da fare?

50 ●○○ In un triangolo, un lato misura il doppio dell'altezza a esso relativa, che è 14,6 cm.
> Calcola l'area. [213,16 cm²]

51 ●○○ Disegna su un foglio di carta centimetrata un triangolo di area 9 cm².

52 ●●○ Considera l'insieme dei triangoli tutti equivalenti al quadrato il cui lato misura 12 cm.
Di questo insieme considera:
a) il triangolo scaleno T_1 la cui base misura 18 cm;
b) il triangolo isoscele T_2 la cui base misura 16 cm.
> Calcola le misure in centimetri delle altezze di T_1 e T_2 relative alle basi considerate. Per disegnare T_1 e T_2 ti bastano le informazioni che ti abbiamo dato?
> Quante possibilità hai per il disegno di T_1? E per quello di T_2?

ESERCIZI

8 Area dei trapezi

53 ●○○ Un trapezio ha i lati paralleli lunghi rispettivamente 8 cm e 12 cm. La distanza fra i due lati paralleli è di 5 cm.

> Determina la sua area.

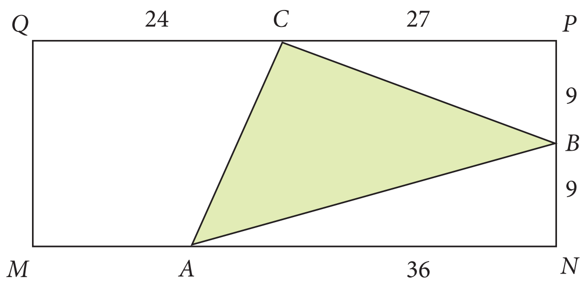
54 ●○○ In un trapezio le basi misurano 25 cm e 78 cm; l'altezza è di 32 cm.

> Calcola l'area. [1648 cm^2]

55 ●○○ Di un trapezio conosciamo l'area che misura 1040 cm^2 e la somma delle basi che è di 6,5 dm.

> Calcola la misura dell'altezza. [32 cm]

56 ●●○ Determina l'area della parte colorata della figura (le misure sono in centimetri).



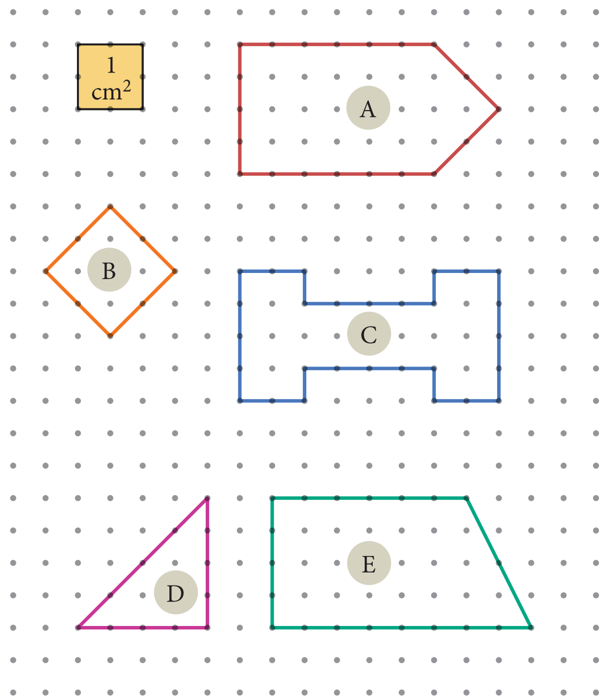
57 ●●○ Disegna un trapezio scaleno.
Dividilo, con una retta che passi per un vertice, in due parti equivalenti.

58 ●●● Disegna su un foglio a quadretti in un riferimento cartesiano due trapezi con vertici in:

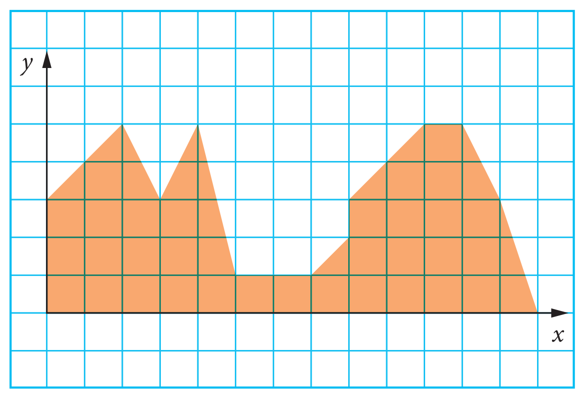
a) $A(1; 0)$, $B(9; 0)$, $C(5; 4)$ e $D(3; 4)$;
b) $E(3; 0)$, $F(6; 0)$, $G(8; 4)$ e $H(1; 4)$.

> Calcola le loro aree utilizzando come unità di misura il quadretto del tuo foglio; spiega perché sono equivalenti.

59 Determina l'area delle diverse figure indicate.



60 Determina l'area della superficie delimitata dagli assi cartesiani e dal grafico
($u = 0{,}5$ cm).



Area ....

CAPITOLO 2
LE ISOMETRIE

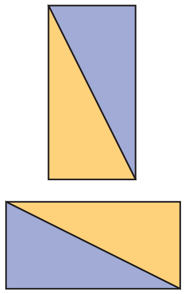
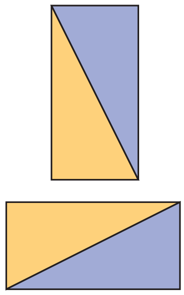
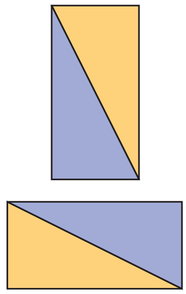
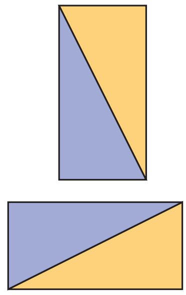
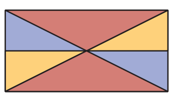
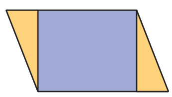
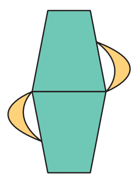
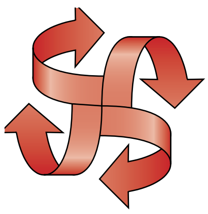
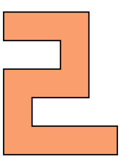
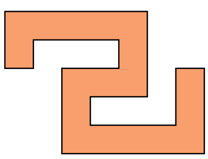
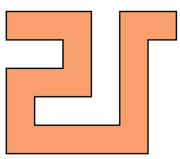
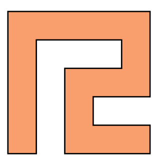
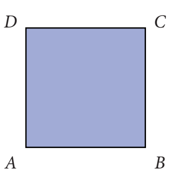
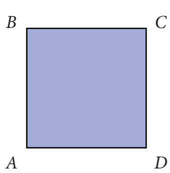
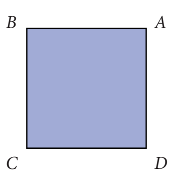
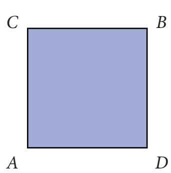
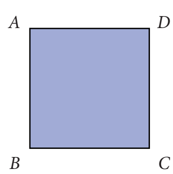
2

IDEE PER LEZIONI DIGITALI

	MATERIALI MULTIMEDIALI	
Pre-lezione	• **CIAK, SI IMPARA!** Lettere allo specchio	
1. Figure congruenti	• **ANIMAZIONE** Figure congruenti • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
2. La simmetria assiale o ribaltamento	• **ANIMAZIONE** La simmetria assiale o ribaltamento • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
3. Costruire simmetrie assiali	• **ANIMAZIONE** Come costruire simmetrie assiali • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
4. Le isometrie	• **ANIMAZIONE** Le isometrie • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
5. Figure con assi di simmetria	• **ANIMAZIONE** Figure con assi di simmetria • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
6. La simmetria centrale	• **ANIMAZIONE** La simmetria centrale • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
7. Figure a simmetria centrale	• **ANIMAZIONE** Figure a simmetria centrale • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
8. Simmetria e poligoni	• **ANIMAZIONE** Simmetria e poligoni • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
9. Traslazioni e vettori	• **ANIMAZIONE** Traslazioni e vettori • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
10. La rotazione	• **ANIMAZIONE** La rotazione • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
Esercizi di fine capitolo	• altri esercizi su ZTE	

CON UN AMICO

Per ogni domanda ci può essere più di una risposta esatta. Puoi confrontarti con i tuoi compagni.

Domanda	Risposta A	Risposta B	Risposta C	Risposta D
1 Quale congruenza è diretta?				
2 Due punti sono simmetrici rispetto a una retta quando	la retta dista ugualmente dai due punti	la retta è asse del segmento che unisce i due punti	la retta è perpendicolare al segmento che unisce i due punti	la retta è perpendicolare al segmento che unisce i due punti e passa per il suo punto medio
3 Il fiocco di neve possiede 	1 asse di simmetria	3 assi di simmetria	6 assi di simmetria	12 assi di simmetria
4 Quale figura possiede un centro di simmetria?				
5 Osserva il fregio.  Quale modello viene ripetuto?				
6 Ruota il quadrato $ABCD$ di 180° intorno al suo centro. 				

Arpinati, Musiani
MATEMATICA IN AZIONE 2.0 © Zanichelli 2017

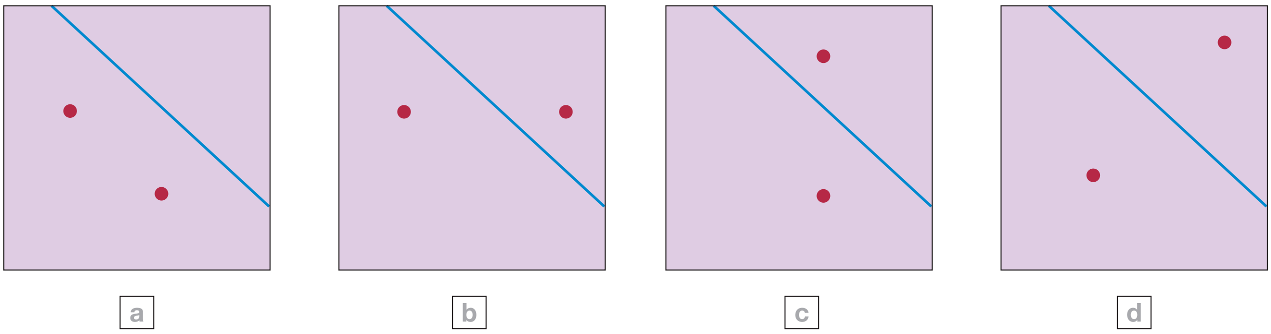
ESERCIZI IN PIÙ

1 Figure congruenti

1 Dopo aver disegnato un deltoide, disegnane uno direttamente congruente e uno inversamente congruente.

2 La simmetria assiale o ribaltamento

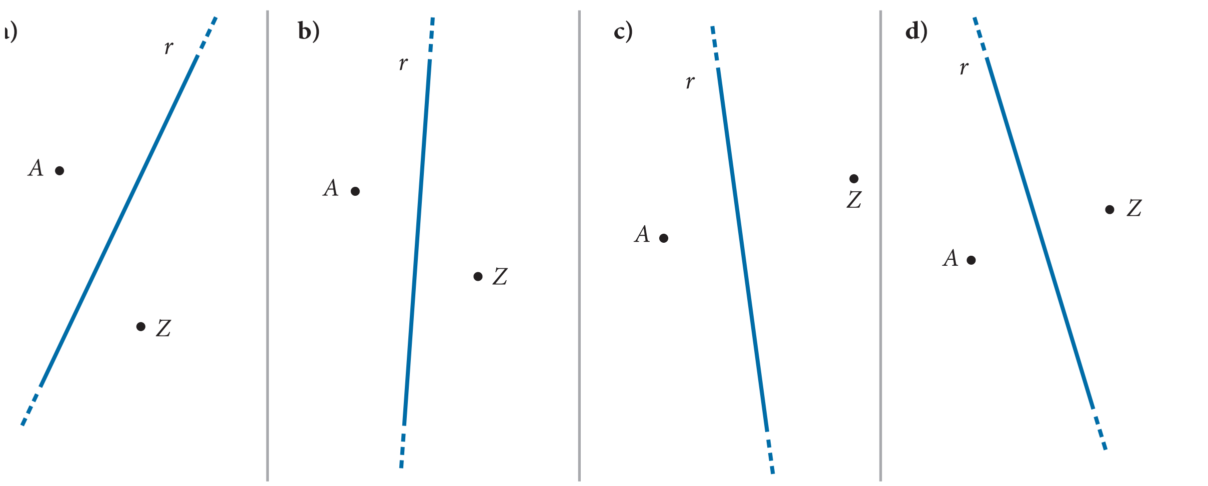
2 In quale figura i due punti si corrispondono in una simmetria assiale?



3 Se operiamo una simmetria su una retta r perpendicolare all'asse di simmetria s, otteniamo

- a una retta parallela a r
- b una retta incidente a r
- c una retta coincidente con r
- d una retta coincidente con s

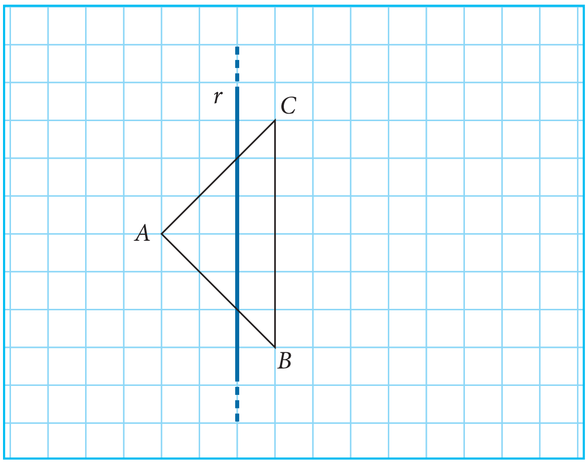
4 Verifica in ogni disegno se Z è il simmetrico di A rispetto alla retta r e, in ciascun caso, scrivi il perché.



5 Disegna due punti distinti A e B. Costruisci poi la retta r rispetto alla quale B è il simmetrico di A.

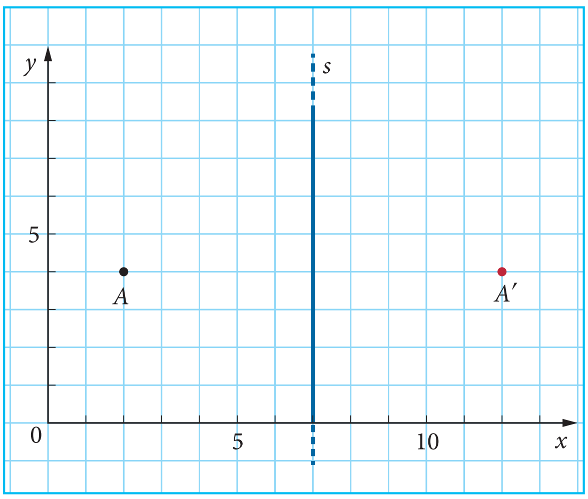
3 Costruire simmetrie assiali

6 ●●○ Disegna il simmetrico del triangolo ABC rispetto all'asse r.



> Che cosa puoi dire dei simmetrici dei punti di intersezione dell'asse con la figura di partenza?

7 ●●○ Nel riferimento cartesiano il punto $A(2; 4)$ ha come corrispondente $A'(12; 4)$ con asse di simmetria s.



Disegna i punti $B(5; 1)$, $C(3; 4)$ e $D(5; 7)$. Determina la posizione dei loro corrispondenti B', C' e D', nella simmetria di asse s. Congiungi in ordine alfabetico i punti A, B, C e D (e infine D con A) e, allo stesso modo i punti A', B', C' e D'.

> Le figure ottenute, simmetriche rispetto a s, sono direttamente o inversamente congruenti?

8 ●●○ Date due rette incidenti (cioè che si incontrano in un punto qualunque) s e t, disegna una retta r rispetto alla quale esse siano simmetriche. (Ci sono due soluzioni.)

9 ●●● In un riferimento cartesiano disegna il quadrilatero $ABCD$ e il punto A' simmetrico del punto A in una simmetria assiale. Le coordinate dei punti sono: $A(2; 5)$, $B(6; 2)$, $C(8; 9)$, $D(4; 10)$ e $A'(14; 5)$.

> Disegna in rosso l'asse di simmetria e scrivi le coordinate di almeno due punti appartenenti a tale asse.

> Quali sono le coordinate dei punti B', C' e D'?

10 ●●● In un riferimento cartesiano disegna il pentagono $ABCDE$ e il punto A' simmetrico al punto A in una simmetria assiale: $A(2; 7)$, $B(4; 2)$, $C(8; 3)$, $D(8; 8)$, $E(5; 9)$ e $A'(8; 1)$.

> Disegna in rosso l'asse di simmetria e scrivi le coordinate di almeno due punti appartenenti a tale asse.

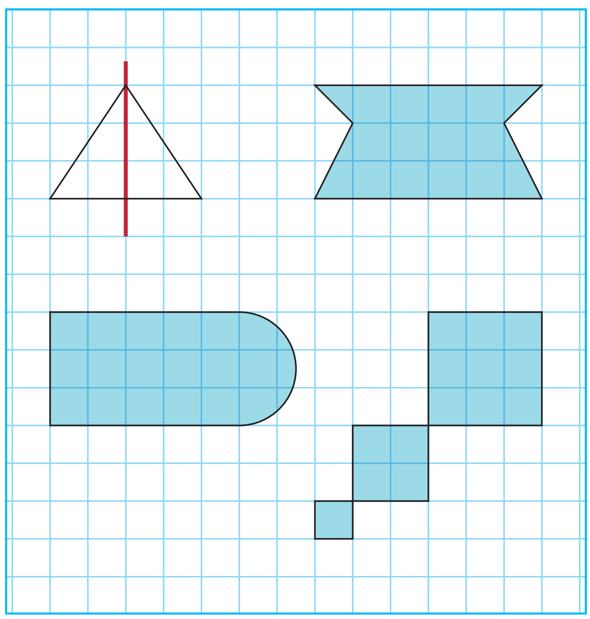
> Quali sono le coordinate dei punti B', C', D' ed E'?

11 ●●○ Operando su di una figura ***F*** una simmetria rispetto a una retta ***r***, ottengo la figura ***F'***. Operando poi una simmetria rispetto alla retta ***r*** sulla figura ***F'***, ottengo una figura

- a simmetrica della figura di partenza rispetto a r
- b traslata della figura di partenza
- c ruotata rispetto alla figura di partenza
- d coincidente con la figura di partenza

5 Figure con assi di simmetria

12 ●○○ Ogni figura possiede un asse di simmetria. Disegnalo in rosso.



13 Ogni parallelogramma possiede
●○○

- a un asse di simmetria
- b due assi di simmetria
- c nessun asse di simmetria
- d un numero di assi variabile da 0 a 4 a seconda delle sue caratteristiche

14 Disegna tre segnali stradali che possiedano almeno un asse di simmetria.
●●○

Traccia tale asse con un altro colore.

15 Disegna i due assi di simmetria del segmento AB. Uno di essi è semplicemente l'asse del segmento AB.
●●○

6 La simmetria centrale

16 Disegna un triangolo isoscele ABC (angolo al vertice in C). Costruisci il simmetrico A' di A rispetto al punto C.
●●○

> Che cosa puoi dire del triangolo BCA'?

affermazione	vera	falsa
a) È isoscele in quanto sono uguali i lati AB e $A'B$.		
b) È uguale al triangolo ABC perché abbiamo effettuato una isometria.		
c) È isoscele in quanto sono uguali i lati BC e $A'C$.		
d) Se l'angolo in C di ABC era acuto, l'angolo in C di BCA' è ottuso e viceversa.		

17 In un riferimento cartesiano disegna il triangolo ABC di vertici $A(-3; 3)$, $B(3; 6)$, $C(-1; 7)$. Disegna poi il triangolo $A'B'C'$, corrispondente al triangolo ABC nella simmetria di centro $P(4; 3)$ e scrivi le coordinate dei suoi vertici.
●●○

18 Applica una simmetria di centro O alle seguenti situazioni:
●●●

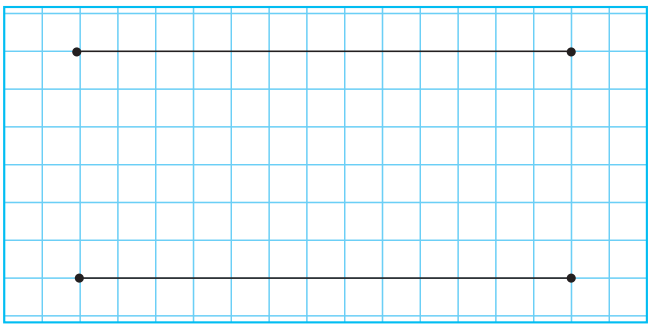
a) il triangolo è isoscele e O è il punto medio della base;
b) il triangolo è rettangolo e O è il punto medio dell'ipotenusa;
c) il triangolo è isoscele e rettangolo e O è il punto medio dell'ipotenusa.

> Quali quadrilateri ottieni? Determina le loro caratteristiche (considera i lati, gli angoli, le diagonali).

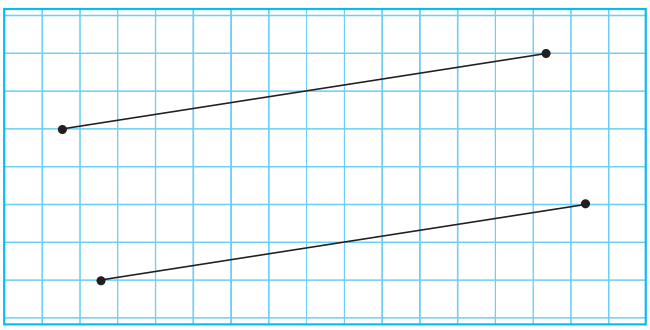
7 Figure a simmetria centrale

19 Disegna un rettangolo e un parallelogramma e individua eventuali assi di simmetria e centro di simmetria.
●○○

20 La seguente figura (formata da due segmenti) possiede assi di simmetria? Se sì, tracciali in rosso. Possiede un centro di simmetria? Se sì, determinane la posizione.
●●○



21 La seguente figura possiede assi di simmetria? Se sì, tracciali in rosso. Possiede centro di simmetria? Se sì, determinane la posizione.
●●○



ESERCIZI

9 Traslazioni e vettori

22 La traslazione è una trasformazione che di una figura cambia

- a la lunghezza dei lati
- b l'area
- c il perimetro
- d la posizione

23 In un riferimento cartesiano disegna il quadrilatero $ABCD$ con vertici di coordinate $A(2; 1)$, $B(5; 2)$; $C(3; 4)$, $D(2; 4)$ e spostalo di due unità verso l'alto; determina le coordinate della nuova figura.

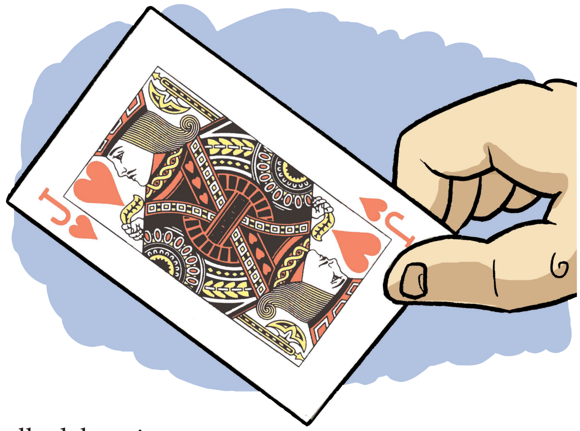
10 La rotazione

24 Qual è l'ampiezza della minima rotazione che trasforma un parallelogramma in se stesso? Dove è situato il centro di rotazione?

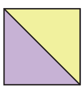
25 **INTORNO A NOI** Il fante di cuori che vedi in figura è una carta da gioco. Possiede assi di simmetria?

> Possiede centro di simmetria?
> Quante e quali carte da gioco possiedono le stesse proprietà di simmetria?

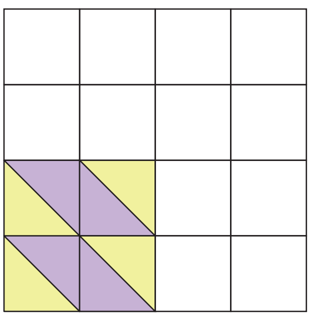
Compila un elenco.



26 **INTORNO A NOI** Sei stato incaricato di disegnare le piastrelle del pavimento di una camera da letto. Ecco un esempio molto semplice.



Utilizzando questa piastrella completa la parte di pavimento che vedi qui sotto.



Disegna su un cartoncino quadrato di 10 cm di lato una decorazione che ti piaccia, e immagina che questo cartoncino rappresenti la tua piastrella. Riproduci questa piastrella per 16 volte e disponi le 16 piastrelle in modo da formare un pavimento. Che tipo di isometrie hai usato nel disporre le piastrelle? Evidenzia sul pavimento che hai composto gli insiemi di piastrelle che hanno:

- simmetrie assiali;
- simmetrie centrali;
- traslazioni;
- rotazioni.

Ora disponi le tue piastrelle in un altro modo ed evidenzia di nuovo le diverse isometrie. Scrivi i passi del lavoro svolto in modo che chiunque possa riprodurre i tuoi disegni.

CAPITOLO 3
IL TEOREMA DI PITAGORA

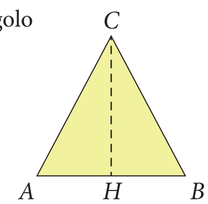
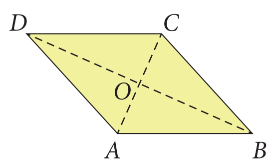
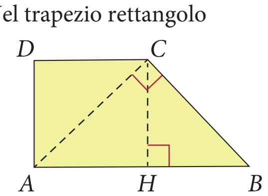
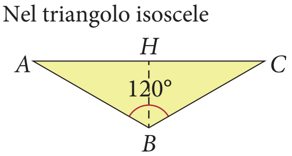
3

IDEE PER LEZIONI DIGITALI

		MATERIALI MULTIMEDIALI	
	Pre-lezione	• **CIAK, SI IMPARA!** Il portiere e Pitagora	
1.	**Dimostriamo il teorema di Pitagora**	• **ANIMAZIONE** Il teorema di Pitagora • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
2.	**L’inverso del teorema di Pitagora**	• **ANIMAZIONE** L’inverso del teorema di Pitagora • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
3.	**Applicazioni del teorema di Pitagora**	• **ANIMAZIONE** Applicazioni del teorema di Pitagora • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
4.	**Il teorema di Pitagora e il quadrato**	• **ANIMAZIONE** Il teorema di Pitagora e il quadrato • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
5.	**Il teorema di Pitagora e il triangolo equilatero**	• **ANIMAZIONE** Il teorema di Pitagora e il triangolo equilatero • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
6.	**Il teorema di Pitagora applicato ai triangoli con angoli di 45°, 30°, 60°**	• **ANIMAZIONE** Il teorema di Pitagora applicato ai triangoli con angoli di 45°, 30°, 60° • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
	Esercizi di fine capitolo	• altri esercizi su ZTE	

CON UN AMICO

Per ogni domanda ci può essere più di una risposta esatta. Puoi confrontarti con i tuoi compagni.

Domanda	Risposta A	Risposta B	Risposta C	Risposta D
1 Secondo il teorema di Pitagora, se in un triangolo rettangolo a è l'ipotenusa, b e c sono i cateti, si ha	$b = \sqrt{a^2 + c^2}$	$c^2 = a^2 - b^2$	$a = \sqrt{c^2 + b^2}$	$b = a^2 - c^2$
2 Il triangolo è rettangolo perché i lati misurano	1,8 cm; 3 cm; 2,4 cm	29 cm; 2 dm; 21 cm	13 cm; 11 cm; 16 cm	2,5 m; 15 dm; 2 m
3 Nel triangolo isoscele 	$\overline{CH} = \sqrt{\overline{CB}^2 - \overline{AB}^2}$	$\overline{AB} = 2\sqrt{\overline{CB}^2 - \overline{CH}^2}$	$\overline{CB}^2 = \dfrac{\overline{AB}^2}{4} + \overline{CH}^2$	$\overline{HA} = \sqrt{\overline{CB}^2 - \overline{CH}^2}$
4 In un rettangolo la diagonale si trova	sommando i quadrati delle due dimensioni	estraendo la radice quadrata dell'area	estraendo la radice quadrata del prodotto dei quadrati delle due dimensioni	estraendo la radice quadrata della somma dei quadrati delle due dimensioni
5 Nel rombo 	$p = 4\sqrt{\overline{OD}^2 + \overline{OC}^2}$	$\overline{AB}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{AC}^2$	$\overline{CD} = \sqrt{\overline{AO}^2 + \overline{OB}^2}$	$\overline{OA} = \overline{AB} - \overline{OB}$
6 Nel trapezio rettangolo 	$\overline{AC}^2 = \overline{AH}^2 - \overline{CH}^2$	$\overline{AD}^2 = \sqrt{\overline{CB}^2 + \overline{HB}^2}$	$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CB}^2$	$\overline{CB}^2 = \overline{HC}^2 + \overline{BH}^2$
7 Nel triangolo rettangolo ABC retto in A, in cui H è il piede dell'altezza relativa all'ipotenusa e di cui si conosce la lunghezza dei cateti, $\overline{AH}$ si ottiene	calcolando area e ipotenusa, quindi dividendo il doppio dell'area per l'ipotenusa	calcolando area e ipotenusa, quindi dividendo l'area per l'ipotenusa	calcolando perimetro e ipotenusa, quindi dividendo il doppio perimetro per l'ipotenusa	calcolando area e ipotenusa, quindi dividendo il doppio dell'area per il maggiore dei cateti
8 In un quadrato la diagonale si trova	dividendo il lato per la radice di 2	raddoppiando l'area ed estraendone la radice quadrata	moltiplicando il lato per la radice di 2	estraendo la radice quadrata della somma dei quadrati di due lati
9 In un triangolo equilatero l'altezza si trova	moltiplicando il lato per la radice di 3	dividendo il lato per la radice di 3	moltiplicando metà lato per la radice di 3	moltiplicando il doppio del lato per la radice quadrata di 3
10 Nel triangolo isoscele 	$\overline{AB}$ è il doppio di $\overline{BH}$	$\overline{AC} = \overline{AB} \cdot \sqrt{3}$	$\overline{AH} = \overline{BH} \cdot \sqrt{3}$	$\overline{HC} = \dfrac{1}{2}\,\overline{AB} \cdot \sqrt{3}$

ESERCIZI IN PIÙ

1 Dimostriamo il teorema di Pitagora

1 ●○○ Scrivi il significato della formula relativa ai lati di un triangolo rettangolo.

$c = \sqrt{a^2 - b^2}$

2 ●○○ Vero o falso?

a) In un triangolo rettangolo l'ipotenusa è il lato opposto all'angolo retto.

b) Due triangoli rettangoli sono congruenti quando hanno le ipotenuse congruenti.

c) In un triangolo rettangolo gli angoli acuti sono complementari.

d) Se la misura dei cateti è data da numeri interi, allora è intera anche la misura dell'ipotenusa.

3 ●○○ Disegna un triangolo rettangolo con i cateti rispettivamente di 12 u e 16 u (u è il lato di un quadretto).

> Calcola l'area del quadrato costruito sull'ipotenusa. [400 u^2]

4 ●○○ Disegna un triangolo rettangolo con i cateti rispettivamente di 7 u e 15 u (u è il lato di un quadretto).

> Calcola l'area del quadrato costruito sull'ipotenusa.

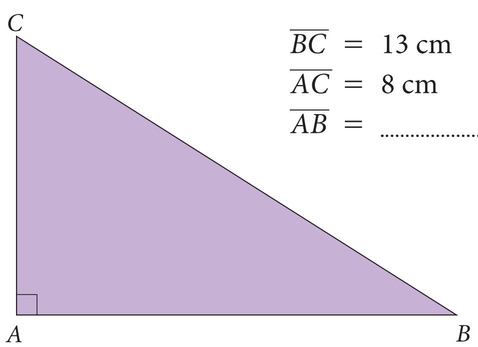
5 ●○○ In un triangolo rettangolo un cateto è lungo 4 m, mentre l'area del quadrato costruito sull'altro cateto è 20 m^2.

> Quanto misura l'area del quadrato costruito sull'ipotenusa? [36 m^2]

6 ●○○ Un cateto di un triangolo rettangolo misura 8,5 cm mentre il quadrato costruito sull'ipotenusa misura 102,5 cm^2.

> Calcola l'area del quadrato costruito sull'altro cateto.

7 ●○○ Calcola il lato mancante.



$\overline{BC}$ = 13 cm

$\overline{AC}$ = 8 cm

$\overline{AB}$ = ...

8 ●●○ In un triangolo rettangolo i cateti sono uno il doppio dell'altro e il minore misura 12 cm.

> Calcola l'area del quadrato costruito sull'ipotenusa. [720 cm^2]

9 ●○○ L'ipotenusa di un triangolo rettangolo è doppia di un cateto che misura 17 m.

> Calcola l'area del quadrato costruito sul secondo cateto.

10 ●○○ È vero che a un triangolo che ha due angoli complementari si può applicare il teorema di Pitagora?

a) No, perché le informazioni sul terzo angolo sono insufficienti. V F

b) Sì, perché due angoli complementari formano un angolo retto. V F

c) Sì, perché, dopo aver tolto da 180° i due complementari, il terzo angolo non può essere che retto. V F

d) No, perché con due angoli complementari il triangolo non può essere rettangolo. V F

11 ●○○ In un triangolo rettangolo, se i lati sono a, b, c con $a > b > c$, allora l'angolo retto è compreso fra i lati

a non si può dire

b a e b

c b e c

d a e c

2 L'inverso del teorema di Pitagora

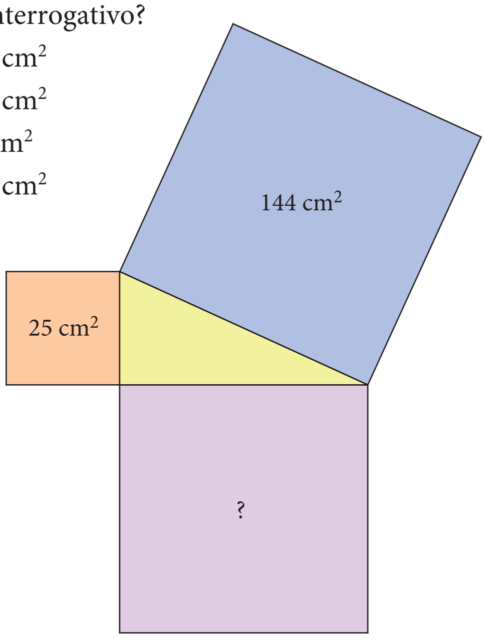
12 ●○○ Qual è l'area del quadrato contrassegnato dal punto interrogativo?

a 169 cm^2

b 125 cm^2

c 64 cm^2

d 119 cm^2

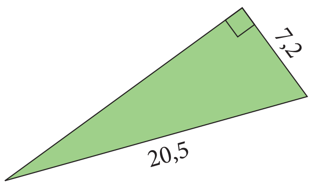


ESERCIZI

3 Applicazioni del teorema di Pitagora

13 ●○○ Determina la lunghezza dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo che ha i cateti lunghi rispettivamente 8 cm e 6 cm.

14 ●○○ Calcola la lunghezza mancante di un lato (le misure si intendono in centimetri). [19,19 cm]



15 ●○○ L'ipotenusa di un triangolo rettangolo misura 123 m e un cateto misura 78 m.

> Calcola la lunghezza del secondo cateto.

16 ●●○ Ricopia nel quaderno e compila la tabella relativa a un insieme di rettangoli.

base	4 cm	12 dm		14 cm		6 cm
altezza	3 cm		14 m		12,1 m	8 cm
diagonale		13 dm	15 m	19,1 cm	14 m	

17 ●○○ In un rombo, le diagonali misurano rispettivamente 42 cm e 66 cm.

> Calcola la lunghezza del lato.

18 ●○○ In un trapezio rettangolo, il lato obliquo misura 48 cm, la base minore 20 cm e l'altezza 39 cm.

> Calcola la lunghezza della base maggiore. [47,98 cm]

19 ●○○ L'area del quadrato costruito sul cateto minore di un triangolo rettangolo misura 144 cm^2, mentre l'area del quadrato costruito sul cateto maggiore misura 256 cm^2.

> Calcola la lunghezza dell'ipotenusa. [20 cm]

20 ●○○ Calcola la lunghezza del perimetro e l'area di un triangolo rettangolo i cui cateti misurano rispettivamente 1,5 m e 2 m. [6 m; 1,5 m^2]

21 ●○○ In un triangolo rettangolo un cateto misura 70 cm e l'ipotenusa misura 74 cm. Calcola:

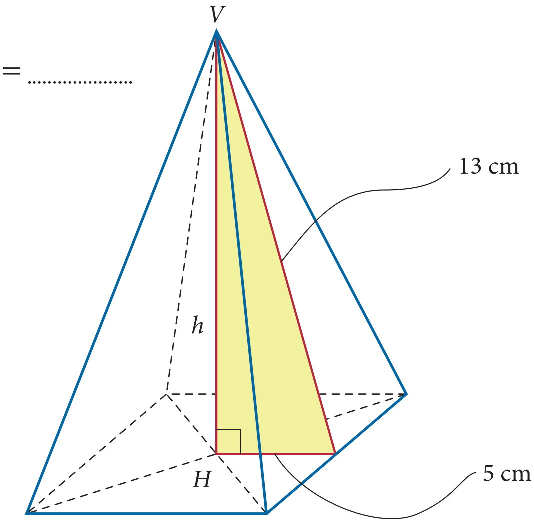
> la lunghezza del perimetro;
> l'area del triangolo.

22 ●○○ L'area di un triangolo rettangolo è 456 cm^2 e un cateto misura 25 cm.

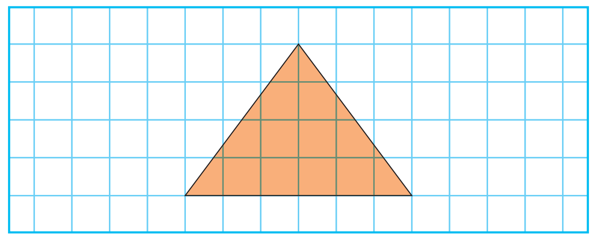
> Calcola la lunghezza dell'ipotenusa. [44,22 cm]

23 ●○○ Determina l'altezza h della piramide.

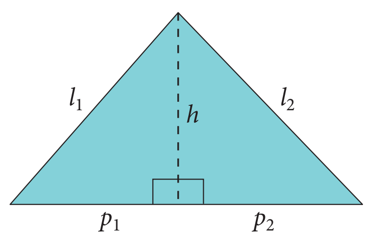
$h =$ ....



24 ●●○ Calcola la lunghezza del perimetro del triangolo, sapendo che la sua area è 432 cm^2. [96 cm]



25 ●●○ Calcola la misura delle proiezioni dei lati sulla base dei seguenti triangoli (arrotonda ai decimi).



l_1	l_2	h	p_1	p_2
8 cm	10 cm	7 cm	3,9 cm	
		20 cm	18 cm	25 cm
	24 cm	20 cm	12 cm	

26 ●●○ L'area di un rettangolo è 168 cm^2 e la base è lunga 24 cm. Calcola:

> la misura dell'altezza;
> la misura della diagonale;
> la misura del perimetro.

27 ●●○ In un rombo la diagonale minore è metà della maggiore che è lunga 28 m.

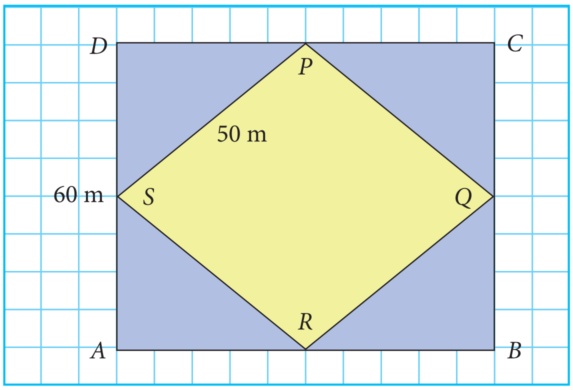
> Calcola la lunghezza del perimetro.

28 ●●○ In un trapezio isoscele la base maggiore, l'altezza e il lato obliquo misurano 36 m, 20 m e 25 m. Calcola:

- la lunghezza della base minore;
- la lunghezza della diagonale;
- l'area del trapezio. [6 m; 29 m; 420 m²]

29 ●○○ I punti medi dei lati del rettangolo sono i vertici del rombo *PQRS*.

- Calcola la lunghezza del perimetro del rettangolo.



30 ●●● In un trapezio isoscele la base minore, la base maggiore e l'altezza misurano rispettivamente 88 cm, 216 cm e 120 cm. Calcola (arrotondando ai centesimi):

- la lunghezza della diagonale;
- la lunghezza del perimetro;
- l'area del trapezio. [193,66 cm; 576 cm; 18 240 cm²]

4 Il teorema di Pitagora e il quadrato

31 ●○○ In un quadrato il lato misura 7,5 cm.

- Calcola la lunghezza della diagonale. [$7{,}5\sqrt{2}$ cm]

5 Il teorema di Pitagora e il triangolo equilatero

32 ●○○ In un triangolo equilatero il lato misura 9,8 cm.

- Calcola la misura dell'altezza.

6 Il teorema di Pitagora applicato ai triangoli con angoli di 45°, 30°, 60°

33 ●●○ In un rombo l'angolo ottuso misura 120° e la diagonale minore è lunga 22 cm.

- Calcola la lunghezza del perimetro e l'area.

34 ●●● In un triangolo rettangolo isoscele la somma dei due cateti è 48 m. Calcola:

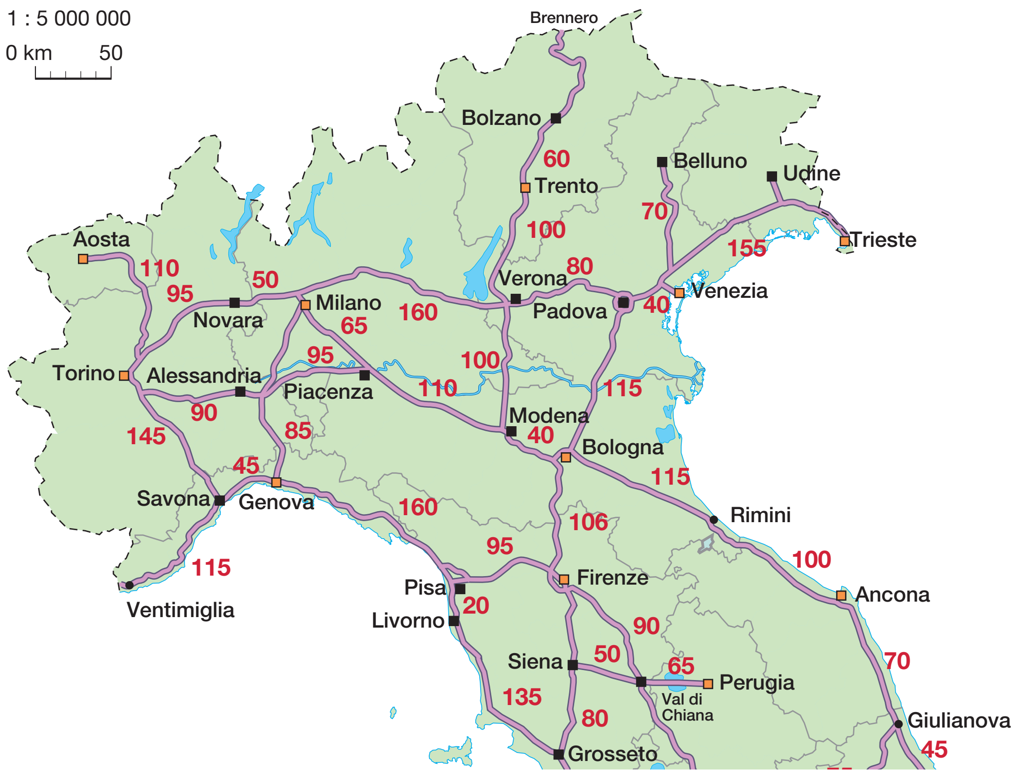
- il perimetro e l'area del triangolo;
- l'area del rettangolo che ha per dimensioni un cateto e l'ipotenusa del triangolo.

[$(48 + 24\sqrt{2})$ m; 288 m²; $576\sqrt{2}$ m²]

35 **INTORNO A NOI** Siamo in Egitto nel 2605 a.C. I geometri del faraone devono delimitare le fondamenta della piramide a base quadrata.

- Quale suggerimento daresti ai geometri del faraone per poter costruire una base perfettamente quadrata?

36 **INTORNO A NOI** Guarda la carta in scala 1:5 000 000. Le città di Genova, Milano e Aosta formano approssimativamente un triangolo rettangolo con angolo retto a Milano. Aiutandoti con un righello graduato, calcola le distanze reali in linea d'aria tra Genova e Milano, tra Genova e Aosta e tra Aosta e Milano. Verifica poi il teorema di Pitagora (puoi trovare un'uguaglianza approssimata a causa degli errori di misura).

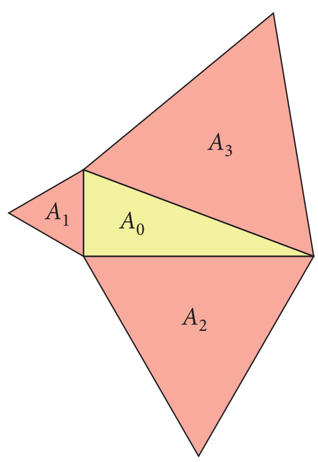


37 **KANGOUROU** La figura a lato mostra 4 triangoli aventi aree A_i ($i = 0, 1, 2, 3$).
Il triangolo di area A_0 è rettangolo, gli altri tre sono equilateri.

> Allora si ha necessariamente

- a $A_1 + A_2 = A_3$
- b $(A_1)^2 + (A_2)^2 = (A_3)^2$
- c $A_1 + A_2 + A_3 = 3\,A_0$
- d $A_1 + A_2 = A_3\sqrt{2}$
- e Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

(Tratto da *Kangourou 2002*, categoria Student)



CAPITOLO 4
LE TRASFORMAZIONI GEOMETRICHE: OMOTETIE E SIMILITUDINI

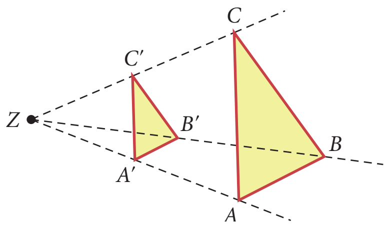
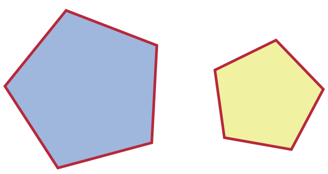
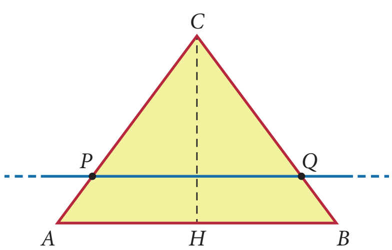
4

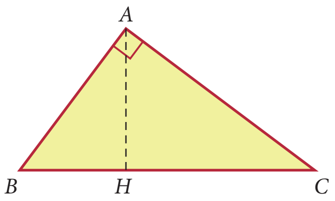
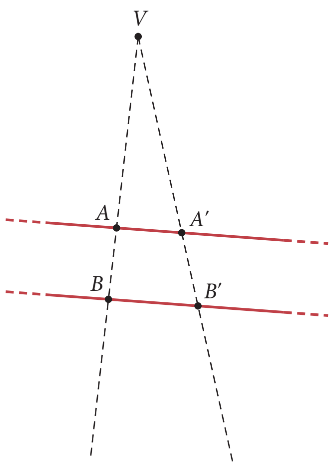
IDEE PER LEZIONI DIGITALI

	MATERIALI MULTIMEDIALI	
Pre-lezione	• CIAK, SI IMPARA! Fotocopie e similitudini	
1. Le omotetie	• ANIMAZIONE Le omotetie • ESERCIZI INTERATTIVI “Mettiti alla prova”	
2. La similitudine	• ANIMAZIONE La similitudine • ESERCIZI INTERATTIVI “Mettiti alla prova”	
3. Triangoli simili	• ANIMAZIONE Triangoli simili • ESERCIZI INTERATTIVI “Mettiti alla prova”	
4. Altezze, perimetri e similitudine	• ANIMAZIONE Altezze, perimetri e similitudine • ESERCIZI INTERATTIVI “Mettiti alla prova”	
5. Aree di figure simili	• ANIMAZIONE Aree di figure simili • ESERCIZI INTERATTIVI “Mettiti alla prova”	
6. I teoremi di Euclide	• ANIMAZIONE I teoremi di Euclide • ESERCIZI INTERATTIVI “Mettiti alla prova”	
7. Il teorema di Talete	• ANIMAZIONE Il teorema di Talete • ESERCIZI INTERATTIVI “Mettiti alla prova”	
Esercizi di fine capitolo	• altri esercizi su ZTE	

CON UN AMICO

Per ogni domanda ci può essere più di una risposta esatta. Puoi confrontarti con i tuoi compagni.

Domanda	Risposta A	Risposta B	Risposta C	Risposta D
1 Questa omotetia 	è diretta	ha centro Z	dimezza le lunghezze	mantiene le ampiezze degli angoli
2 Una similitudine si può ottenere applicando	una rotazione a una omotetia	una simmetria assiale a una omotetia	una simmetria centrale a una omotetia	una traslazione a una omotetia
3 Due pentagoni regolari 	sono sempre simili	si possono ottenere l'uno dall'altro componendo una omotetia con una rotazione	hanno gli angoli uguali	non sono sempre simili
4 Sono sempre simili	due triangoli rettangoli con un angolo di 47°	due trapezi con gli angoli corrispondenti uguali	due poligoni con gli angoli corrispondenti uguali e i lati in proporzione	due esagoni
5 Due triangoli sono simili quando hanno	i lati in proporzione	gli angoli in proporzione	due lati in proporzione e uguale l'angolo fra essi compreso	gli angoli uguali
6 In due triangoli simili sono nella stessa proporzione dei lati	le altezze	i perimetri	gli angoli	le aree
7 Nel triangolo isoscele ABC la retta PQ è parallela alla base e situata a $\frac{1}{4}$ dell'altezza, quindi 	l'area di PQC è $\frac{3}{4}$ dell'area di ABC	PC è $\frac{3}{4}$ di AC	BQ è $\frac{1}{4}$ QC	l'area di ABC è $\frac{16}{9}$ dell'area di PQC

8 Se ABC è un triangolo rettangolo  per il primo teorema di Euclide si ha	$\overline{BC}:\overline{AC}=\overline{AC}:\overline{CH}$	$\overline{AC}:\overline{BC}=\overline{AC}:\overline{CH}$	$\overline{BH}:\overline{AB}=\overline{AB}:\overline{BC}$	$\overline{CH}:\overline{AB}=\overline{AB}:\overline{BC}$
9 Nel triangolo del quesito 8, per il secondo teorema di Euclide	l'altezza AH è medio proporzionale fra i cateti AB e AC	l'ipotenusa BC è medio proporzionale fra l'altezza AH e il cateto AB	l'altezza AH è medio proporzionale fra l'ipotenusa BC e il cateto AC	l'altezza AH è medio proporzionale fra le proiezioni BH e HC
10 Applica il teorema di Talete per calcolare la lunghezza del segmento $A'B'$ conoscendo le lunghezze di VA, AB, VA' 	$\overline{VA}:\overline{VA'}=\overline{AB}:\overline{A'B'}$	$\overline{AB}:\overline{A'V}=\overline{A'B'}:\overline{AV}$	$\overline{VA'}:\overline{A'B'}=\overline{VA}:\overline{AB}$	$\overline{VA'}:\overline{VA}=\overline{A'B'}:\overline{AB}$

ESERCIZI

ESERCIZI IN PIÙ

1 Le omotetie

1 Verifica che i quattro segmenti, di cui ti diamo le misure, sono in proporzione.

$\overline{AB} = 15$ cm $\quad \overline{CD} = 27$ cm

$\overline{EF} = 20$ cm $\quad \overline{GH} = 36$ cm

2 Vero o falso?

a) L'omotetia è un tipo di trasformazione di una figura in un'altra. V F

b) Due figure che si corrispondono in un'omotetia sono equivalenti. V F

c) Due figure omotetiche hanno la stessa forma. V F

d) Due figure omotetiche hanno lo stesso perimetro. V F

e) In una omotetia gli angoli corrispondenti sono congruenti. V F

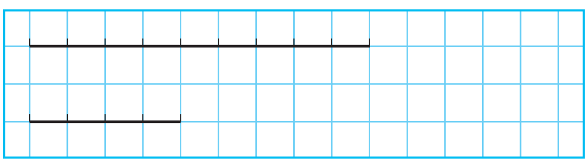
f) In una omotetia i lati corrispondenti sono congruenti. V F

g) Due punti corrispondenti sono allineati con il centro *O* di omotetia. V F

h) Due figure omotetiche hanno i lati corrispondenti paralleli. V F

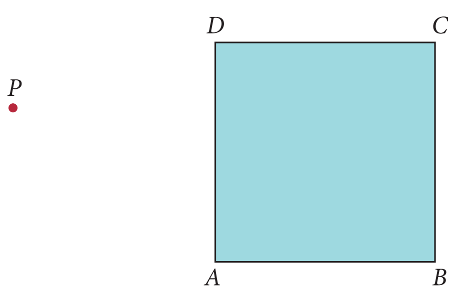
i) Due figure omotetiche hanno la stessa area. V F

3 Disegna il segmento medio proporzionale fra i due segmenti.



4 Ricopia sul quaderno il quadrato *ABCD* e il punto *P*.

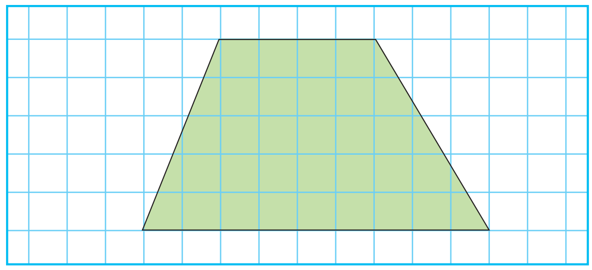
> Disegna il suo corrispondente *A′B′C′D′* nell'omotetia diretta di centro *P* con rapporto 2.



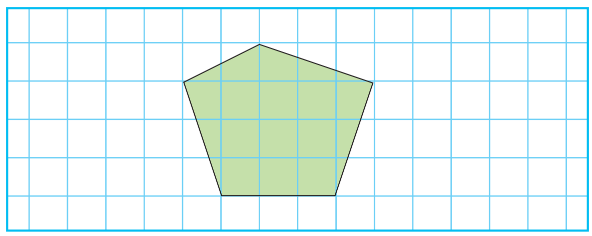
5 Disegna due triangoli rettangoli isosceli, non congruenti, che abbiano i lati corrispondenti paralleli. Esiste un'omotetia che trasformi il primo triangolo nel secondo? Se esiste, determina la posizione del centro di omotetia.

2 La similitudine

6 Disegna un trapezio simile al seguente.



7 Disegna un pentagono simile al seguente.



8 Ecco le dimensioni di nove diversi rettangoli.

> Quali sono tra loro simili?

a) 12 cm; 28 cm.
b) 30 m; 48 m.
c) 3,5 cm; 1,5 cm.
d) 80 km; 50 km.
e) 2,5 mm; 4 mm.
f) 20 cm; 32 cm.
g) 63 m; 27 m.
h) 2,7 cm; 6,3 cm.
i) 1,6 cm; 1 cm.

3 Triangoli simili

9 In un triangolo i lati misurano 3 cm, 5 cm, 6 cm. In un secondo triangolo i lati misurano 6 cm, 10 cm, 14 cm.

> I due triangoli sono simili? Perché?

10 ●○○ In un triangolo il lato AB misura 18 cm, il lato BC 15 cm, il lato AC 9 cm. Se in un triangolo simile il lato $A'B'$ misura 6 cm, quanto misurano $B'C'$ e $A'C'$? [5 cm; 3 cm]

11 ●○○ In un triangolo il lato b misura 3 cm; in un triangolo simile a esso il lato a' è lungo 6 cm, il lato b' 4,5 cm, il lato c' 7,5 cm.

> Calcola la lunghezza dei lati a e c del primo triangolo. [4 cm; 5 cm]

12 ●○○ Nel triangolo ABC, il lato AC è di 20 cm. Nel triangolo $A'B'C'$ simile a esso, il lato $A'B'$ è di 7,2 cm, il lato $B'C'$ di 9,6 cm, il lato $A'C'$ di 12 cm.

> Calcola la lunghezza di AB e BC.

13 ●●○ Completa la tabella relativa a cinque coppie di triangoli simili (a, b, c, a', b', c' rappresentano le lunghezze dei lati in centimetri).

a	2,2	54	1,5	18	$\frac{2}{3}b$
b	3	36	2,1	$\frac{1}{2}a$	48
c	1,4	60	3,6	$\frac{2}{3}a$	$\frac{7}{8}a$
a'	5,5				
b'		24	0,7	6,3	
c'					16,8

14 ●●○ **Quante sono le soluzioni possibili?**
In un triangolo rettangolo un cateto e l'ipotenusa sono lunghi rispettivamente 24 cm e 25 cm.

> Determina la lunghezza del perimetro e l'area di un triangolo simile al primo, in cui un cateto sia lungo 17,5 cm (arrotonda i risultati ai decimi se necessario).

15 ●●● Nel romanzo *L'isola misteriosa* di Jules Verne il protagonista, un ingegnere francese, riesce a stabilire l'altezza di una montagna a strapiombo su una spiaggia dopo aver misurato l'ombra della montagna e l'ombra di un bastone di lunghezza nota.

> Descrivi il procedimento e i concetti matematici su cui si basa.

4 Altezze, perimetri e similitudine

16 ●●○ In un rettangolo la somma della base con l'altezza è di 15,4 cm e la loro differenza è di 2,2 cm. Considera un segmento lungo 8 cm con gli estremi sui lati e parallelo a una diagonale.

> Calcola la misura del perimetro del triangolo che ha tale segmento come ipotenusa. [19,2 cm]

5 Aree di figure simili

17 ●○○ In due poligoni simili i perimetri misurano 36 m e 54 m. L'area del primo poligono è di 60 m^2.

> Calcola l'area del secondo poligono. [135 m^2]

6 I teoremi di Euclide

18 ●○○ In un triangolo rettangolo la lunghezza dell'ipotenusa è pari a 22,5 cm e uno dei cateti misura 13,5 cm.

> Calcola la lunghezza della proiezione del cateto sull'ipotenusa. [8,1 cm]

19 ●○○ In un triangolo rettangolo le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa misurano 7,84 m e 92,16 m.

> Calcola la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa. [26,88 m]

20 ●●● Due rettangoli simili hanno le aree di 20 cm^2 e di 180 cm^2.

> Quali possono essere le rispettive dimensioni?

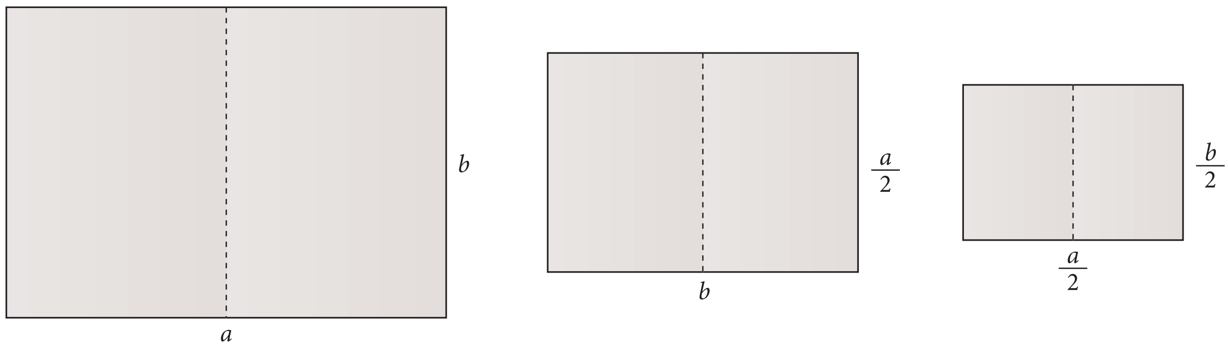
a) $b =$ .... $b' =$ ....
$h =$ .... $h' =$ ....

b) $b =$ .... $b' =$ ....
$h =$ .... $h' =$ ....

c) $b =$ .... $b' =$ ....
$h =$ .... $h' =$ ....

ESERCIZI

21 ●●○ **INTORNO A NOI** Un foglio di carta da fotocopie possiede una caratteristica piuttosto interessante. Esso infatti è simile al rettangolo che si ottiene piegandolo in due. Questo secondo rettangolo è a sua volta simile al terzo rettangolo ottenuto piegando in due il secondo, e così via.



Tutti i rettangoli che si ottengono, essendo simili fra loro, hanno un rapporto costante fra le due dimensioni. Come possiamo determinare questo rapporto?

Chiamiamo a e b rispettivamente la base e l'altezza del foglio di carta, cioè del primo rettangolo.
Il rapporto fra la base e l'altezza del primo rettangolo sarà uguale al rapporto fra la base e l'altezza del secondo rettangolo, cioè:

$a : b = b : \left(\frac{a}{2}\right)$ da cui (applicando la proprietà fondamentale delle proporzioni, secondo la quale il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi)

$\frac{a^2}{2} = b^2$ moltiplico per 2 ambo i membri

$a^2 = 2b^2$ estraggo la radice quadrata da ambo i membri

$a = b\sqrt{2}$ da cui ricavo il valore del rapporto

$\frac{a}{b} = \sqrt{2}$.

Ciò vuol dire che in tutti questi rettangoli la lunghezza del lato più lungo si ottiene moltiplicando la lunghezza del lato più corto per la radice quadrata di 2.

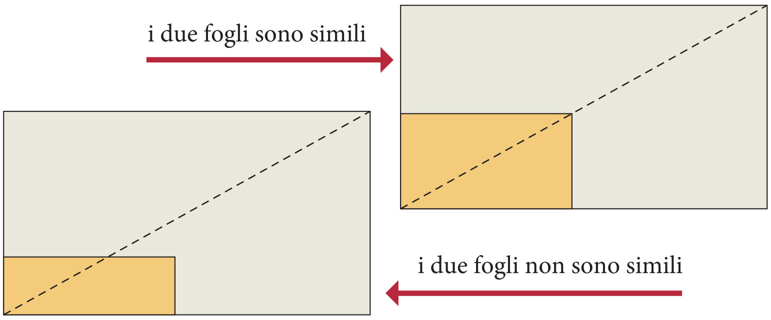
> Quali fra i fogli che tu usi comunemente appartengono a questa categoria?
> Procurati:

a) un foglio di quaderno;
b) un foglio di quadernone con gli anelli;
c) un foglio protocollo chiuso;
d) un foglio protocollo aperto;
e) un foglio di carta da fotocopie di formato A4;
f) un foglio di giornale quotidiano.

Procedi poi in questo modo:
- misura la lunghezza del lato lungo del foglio;
- misura la lunghezza del lato corto del foglio;
- scrivi $\sqrt{2}$ con 3 decimali;
- Completa la tabella.

tipo di foglio	lato lungo a	lato corto b	$\frac{a}{b}$	$\frac{a}{b}$ è circa uguale a $\sqrt{2}$?
quaderno				

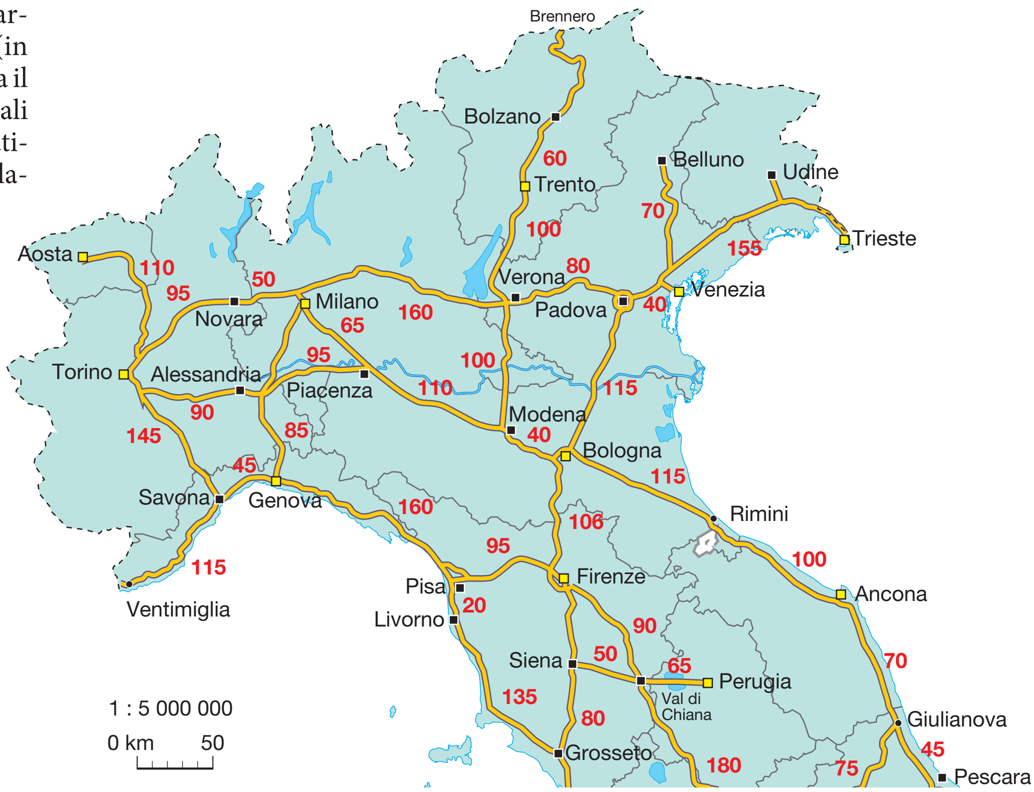
Attenzione: per riconoscere se due fogli rettangolari sono simili senza operare misure e calcoli, puoi semplicemente applicare un'omotetia il cui centro sia in un vertice di uno dei due rettangoli. Appoggia il foglio più piccolo sul foglio più grande: se la diagonale del foglio più grande sta sul prolungamento della diagonale del foglio più piccolo, i due rettangoli sono simili, altrimenti non lo sono.



22 **INTORNO A NOI** Nel laboratorio di scienze c'è un microscopio che ingrandisce le lunghezze di 150 volte.

- Quante volte ingrandisce le aree?
- Se un altro microscopio ingrandisce le aree 40 000 volte, quante volte ingrandisce le lunghezze?

23 **INTORNO A NOI** Guarda la carta geografica (in scala 1 : 5 000 000). Punta il compasso in Milano: quali città distano approssimativamente 200 km da Milano in linea d'aria?



24 **INTORNO A NOI** Guarda la carta geografica dell'esercizio precedente. Punta il compasso in Padova: quali città della nostra carta distano da Padova meno di Bologna?

5

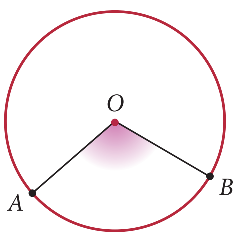
CAPITOLO 5
CIRCONFERENZA E CERCHIO

IDEE PER LEZIONI DIGITALI

		MATERIALI MULTIMEDIALI	
	Pre-lezione	• **CIAK, SI IMPARA!** Pizze pazze	
1.	**Circonferenza e cerchio**	• **ANIMAZIONE** Circonferenza e cerchio • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
2.	**Elementi della circonferenza e del cerchio**	• **ANIMAZIONE** Elementi della circonferenza e del cerchio • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
3.	**Circonferenza, punti, rette**	• **ANIMAZIONE** Circonferenze, punti, rette • **ANIMAZIONE** Circonferenze e rette • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
4.	**Angoli al centro e angoli alla circonferenza**	• **ANIMAZIONE** Angoli al centro e angoli alla circonferenza • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
5.	**Poligoni inscritti e circoscritti a una circonferenza**	• **ANIMAZIONE** Poligoni inscritti e circoscritti a una circonferenza • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
6.	**Poligoni regolari**	• **ANIMAZIONE** Poligoni regolari • **ESERCIZI INTERATTIVI** “Mettiti alla prova”	
	Esercizi di fine capitolo	• altri esercizi su ZTE	

CON UN AMICO

Per ogni domanda ci può essere più di una risposta esatta. Puoi confrontarti con i tuoi compagni.

	Domanda	Risposta A	Risposta B	Risposta C	Risposta D
1	Quale segmento passa per due punti distinti di una circonferenza?	una corda	un raggio	a volte un diametro	un diametro
2	Due punti distinti su una circonferenza quanti archi individuano?	uno	due	tre	quattro
3	Per due punti quante circonferenze passano?	una	due	tre	infinite
4	Quali caratteristiche possiede una retta tangente a una circonferenza?	Ha in comune un punto con la circonferenza.	Ha in comune due punti sulla circonferenza.	Forma un angolo retto con il raggio che ha un estremo nel punto di tangenza.	Forma un angolo piatto con il raggio che ha un estremo nel punto di tangenza.
5	I raggi di due circonferenze misurano rispettivamente 7 cm e 10 cm. Se la distanza fra i centri è di 3 cm, in che posizione reciproca sono tali circonferenze?	esterne	tangenti esternamente	tangenti internamente	concentriche
6	Considera un angolo al centro. 	Esiste un solo angolo alla circonferenza che insiste sullo stesso arco.	Esistono infiniti angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco.	Un angolo alla circonferenza è ampio metà dell'angolo al centro corrispondente.	Un angolo alla circonferenza è ampio il doppio dell'angolo al centro corrispondente.
7	Come è un angolo alla circonferenza che insiste su una semicirconferenza?	piatto	convesso	concavo	retto
8	Quali triangoli possiedono sia la circonferenza inscritta sia quella circoscritta?	nessuno	tutti	solo i triangoli equilateri	solo i triangoli rettangoli
9	Quali quadrilateri possiedono la circonferenza inscritta?	i rettangoli	i rombi	i quadrati	i trapezi
10	Quali quadrilateri possiedono la circonferenza circoscritta?	i rettangoli	i quadrati	i trapezi isosceli	tutti i quadrilateri che hanno gli angoli opposti supplementari
11	Che cosa rappresenta l'apotema in un poligono sia inscritto sia circoscritto?	il raggio del cerchio inscritto	il raggio del cerchio circoscritto	il rapporto fra la doppia area e il perimetro	il rapporto fra il doppio perimetro e l'area

ESERCIZI

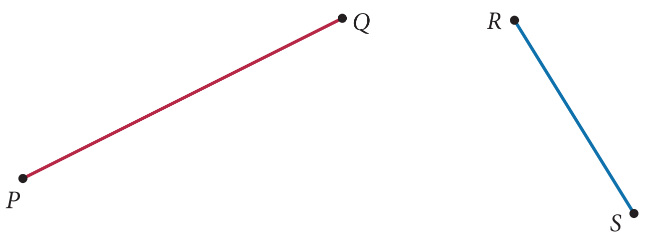
ESERCIZI IN PIÙ

1 Circonferenza e cerchio

1 Disegna una circonferenza di raggio 2,5 cm. Descrivi sul quaderno come hai operato.

2 In un riferimento cartesiano disegna una circonferenza di centro $C(0; 2)$ che passi per $B(7; 0)$.

3 Considera i segmenti PQ e RS. Disegna sul quaderno le circonferenze di raggio PQ, di raggio RS, di raggio $(PQ + RS)$, di raggio $(PQ - RS)$.



2 Elementi della circonferenza e del cerchio

4 Quante corde della stessa lunghezza esistono in una circonferenza? E quanti diametri?

5 In un riferimento cartesiano disegna la circonferenza di centro $C(6; 5)$ e di raggio 5. Disegna poi la retta passante per $A(10; 4)$ e per $B(10; 10)$.

> Quanto misura la corda che la circonferenza stacca sulla retta AB?

6 Rispondi alle domande.

a) Da quanti punti è formata una circonferenza?

....

b) Quale proprietà hanno in comune questi punti?

....

c) Quale relazione lega il diametro al raggio?

....

d) Qual è la lunghezza massima di una corda?

....

e) Qual è la lunghezza minima di una corda?

....

f) Che differenza c'è fra la circonferenza e il cerchio?

....

....

g) Ogni diametro è una corda? ....

h) Ogni corda è un diametro? ....

3 Circonferenza, punti, rette

7 Vero o falso?

a) Una retta esterna a una circonferenza ha distanza dal centro minore del raggio. V F

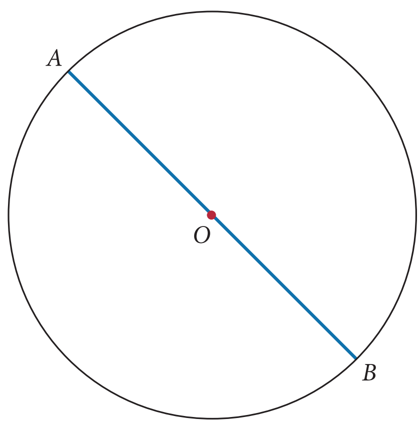
b) Una retta secante ha infiniti punti sulla circonferenza. V F

c) Una retta tangente a una circonferenza è perpendicolare al raggio che ha un estremo nel punto di tangenza. V F

d) Se da un punto P esterno alla circonferenza si tracciano le tangenti alla circonferenza, allora i segmenti che congiungono P ai punti di tangenza sono congruenti. V F

8 Disegna le rette tangenti agli estremi del diametro AB.

> Come sono fra loro?



9 Da un punto P, esterno a una circonferenza di centro O, sono tracciate due tangenti alla circonferenza nei punti A e B.

L'angolo formato dalle tangenti misura 48°.

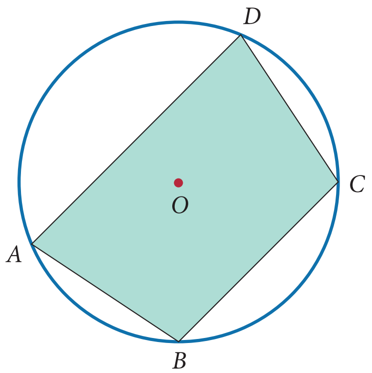
> Determina l'ampiezza degli angoli $A\widehat{O}B$ e $A\widehat{O}P$.

[132°; 66°]

10 Disegna una circonferenza di centro O e di raggio 4 cm; disegna poi un triangolo rettangolo i cui vertici siano punti della circonferenza.

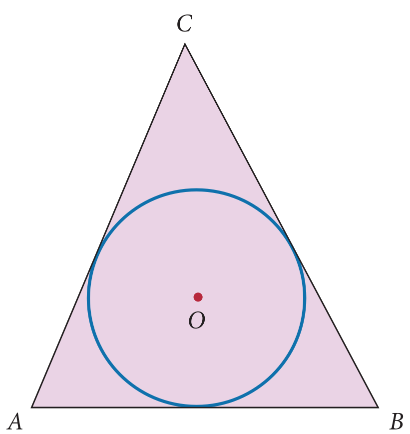
5 Poligoni inscritti e circoscritti a una circonferenza

11 Il quadrilatero *ABCD* si dice inscritto nella circonferenza. Viceversa la circonferenza è circoscritta al quadrilatero.



Completa la frase: «Una circonferenza si dice circoscritta a un poligono quando tutti i vertici del poligono sono ....».

12 Il triangolo *ABC* si dice circoscritto alla circonferenza. Viceversa la circonferenza è inscritta nel triangolo.



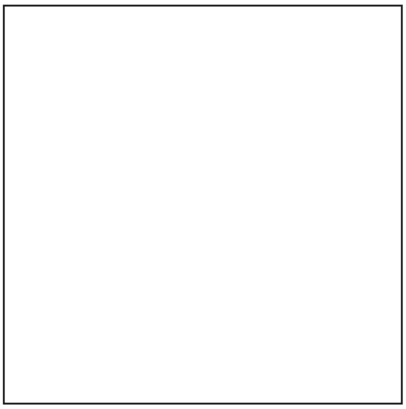
Completa la frase: «Una circonferenza si dice inscritta in un poligono quando tutti i lati del poligono sono ....».

13 Disegna una circonferenza. Disegna poi un poligono qualsiasi circoscritto a essa. Traccia le bisettrici di ciascun angolo.
Se hai lavorato con esattezza, puoi verificare che le bisettrici si intersecano nel centro della circonferenza.
Verifica inoltre che i lati siano ugualmente distanti dal centro.

14 Disegna una circonferenza. Disegna poi un poligono qualsiasi inscritto in essa. Traccia gli assi di ciascun lato.
Se hai lavorato con esattezza, puoi verificare che gli assi si intersecano nel centro della circonferenza.

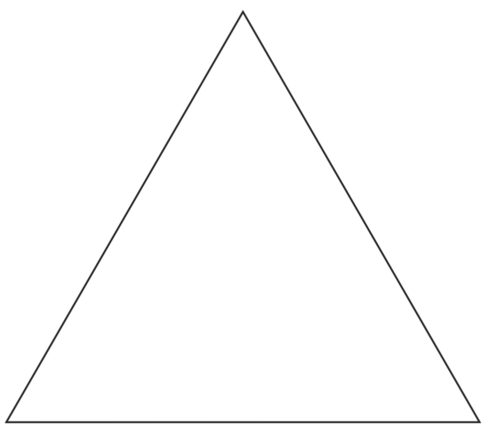
6 Poligoni regolari

15 Nel quadrato in figura traccia in rosso l'apotema e in blu il raggio della circonferenza circoscritta.



> Qual è il rapporto fra lunghezza del raggio e lunghezza dell'apotema? Perché?

16 Nel triangolo equilatero in figura traccia in rosso l'apotema e in blu il raggio della circonferenza circoscritta.



> Qual è il rapporto fra lunghezza dell'apotema e lunghezza del raggio?

17 Immagina di inscrivere in una circonferenza alcuni poligoni regolari.
Comincerai con il triangolo equilatero, il quadrato, arrivando fino al dodecagono.

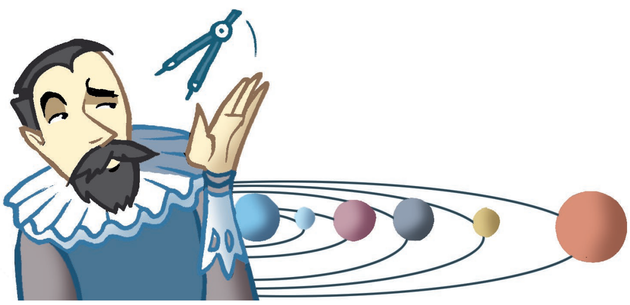
> Quale frazione di circonferenza è, in ognuno dei casi, l'arco determinato sulla circonferenza dagli estremi di un lato?

ESERCIZI

18 **INTORNO A NOI** Riproduci sul tuo quaderno una delle eleganti finestre a bifora del palazzo Vendramin Calergi costruito sul Canal Grande a Venezia intorno al 1505 su progetto di Mauro Codussi.

> Spiega per iscritto come hai proceduto.

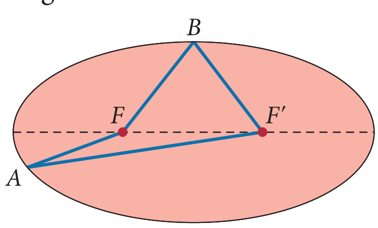
19 **INTORNO A NOI** All'inizio del XVII secolo l'astronomo tedesco Johannes Kepler si accorse con un certo turbamento che le orbite dei pianeti intorno al Sole non avevano forma di circonferenza. I dati in suo possesso indicavano orbite meno regolari, meno aderenti al modello perfetto che gli astronomi avevano immaginato.
Il percorso dei pianeti intorno al Sole aveva la forma della curva chiamata ellisse.



Tale curva non possiede un centro come la circonferenza, ma tutti i suoi punti possiedono questa interessante proprietà:

la somma delle distanze di tutti i punti della curva da due punti fissi, chiamati fuochi, è costante.

Osserva la figura.



Trasformando in linguaggio matematico, ottieni:
$\overline{FA} + \overline{AF'} = \overline{FB} + \overline{BF'}$.

Dal fatto che la somma delle distanze dai fuochi è costante deriva il metodo per tracciare ellissi grandi o piccole, oppure molto schiacciate o ancora simili a circonferenze.

Costruisci un'ellisse seguendo questo procedimento.

> Con due chiodi piantati su una tavola di legno, o con due paletti infissi nel terreno, definisci le posizioni dei fuochi.
> Lega quindi una corda ai due chiodi (o ai paletti), che deve essere più lunga della distanza fra i due fuochi.
> Tendi la corda in un suo punto e inserisci nel punto di tensione una matita o, nel caso di un terreno, un utensile che lasci il segno.
> Con la matita, tenendo sempre la corda ben tesa, gira intorno ai fuochi tracciando così l'ellisse.

Ora rispondi alle domande.

a) Come viene modificata la curva ellisse se aumenta la distanza fra i due fuochi?

b) In quale curva tende a trasformarsi l'ellisse se la distanza fra i due fuochi tende ad annullarsi?

> Costruisci almeno due ellissi diverse con questo metodo cambiando:
- la distanza dei fuochi;
- la lunghezza della corda.