

Il massimo comune divisore e il minimo comune multiplo

Massimo comune divisore (MCD)

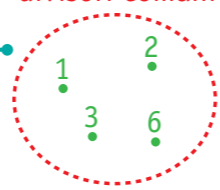
Si dice massimo comune divisore (MCD) di due o più numeri il maggiore fra i loro divisori comuni.

$$D(24) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

$$D(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

I divisori comuni dei numeri 24 e 18 sono 1, 2, 3 e 6. Il più grande fra di essi è 6.

divisori comuni



$$\text{MCD}(24; 18) = 6$$

Minimo comune multiplo (mcm)

Si dice minimo comune multiplo di due o più numeri il minore fra i loro multipli comuni.

$$M(14) = \{14, 28, 42, 56, 70, 84, \dots\}$$

$$M(21) = \{21, 42, 63, 84, 105, \dots\}$$

I multipli comuni di 14 e 21 sono infiniti: 42, 84, 126 e così via... Il minore fra di essi è 42.

multipli comuni



$$\text{mcm}(14; 21) = 42$$

Calcolo del mcm

Per calcolare il mcm di due numeri scomposti in fattori primi si moltiplicano i fattori comuni e non comuni, presi una volta con il massimo esponente.

$$48 = 2^4 \times 3 \quad 20 = 2^2 \times 5$$

$$\text{mcm}(20; 48) = 2^4 \times 3 \times 5 = 240$$

Il minimo comune multiplo tra 20 e 48 è dato dal prodotto di 2^4 (il fattore 2 appartiene a entrambe le scomposizioni e lo prendiamo con l'esponente massimo), 5 e 3 (che sono i fattori non comuni).

Calcolo del MCD

Per calcolare il MCD di due numeri scomposti in fattori primi si moltiplicano solo i fattori comuni, presi una sola volta con il minimo esponente.

I soli fattori primi comuni (a parte gli esponenti) alle due scomposizioni sono 2 e 3.

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$168 = 2^3 \times 3 \times 7$$

Il fattore 2 compare con l'esponente minimo nella scomposizione di 180 (2^2), il fattore 3 compare con l'esponente minimo nella scomposizione di 168 (3^1).

$$\text{MCD}(168; 180) = 2^2 \times 3 = 12$$

Il prodotto $2^2 \times 3 = 12$ è il massimo comune divisore di 168 e 180.

Calcolo del MCD con il metodo delle divisioni successive

Per calcolare il MCD di due numeri possiamo usare il metodo delle divisioni successive sostituendo di volta in volta al numero maggiore il resto della divisione fra il numero maggiore e il numero minore.

$$\begin{array}{r} 34 : 14 = 2 \quad \text{resto } 6 \\ 14 : 6 = 2 \quad \text{resto } 2 \\ 6 : 2 = 3 \quad \text{resto } 0 \end{array}$$

$\text{MCD}(14; 34)$

Calcolo del mcm mediante il MCD

Possiamo calcolare il mcm di due numeri conoscendo il loro MCD.

$$\text{MCD}(126; 56) = 14$$

$$126 : 14 = 9$$

$$\text{mcm}(126; 56) = 56 \times 9 = 504$$

Dividiamo 126 per 14 e otteniamo 9.

Moltiplichiamo il secondo numero (56) per 9 e otteniamo il mcm.